

# Korrekturplatten für sphärische Aberration

Scott Sparrold, Edmund Optics, Pennsburg, Pennsylvania, USA  
 Anna Lansing, Edmund Optics GmbH, Karlsruhe

**Abbildende Optiken sollen perfekte oder nahezu beugungsbegrenzte Abbildungsergebnisse erzielen. Die Hauptbeeinträchtigung ist dabei die sphärische Aberration, und es kostet Geld und Mühe, diese zu minimieren. Wir stellen hier neue optische Elemente vor, mit denen sich dieser Bildfehler korrigieren lässt.**

Bei typischen optischen Komponenten sind Brennweite und Durchmesser standardisiert, selten hingegen der Aberrationsgrad. Innerhalb des letzten Jahrzehnts sind asphärische Linsen zu einem Serienprodukt geworden, mit dem sich die sphärische Aberration für eine individuelle Wellenlänge und bestimmte Abbildungsparameter praktisch eliminieren lässt. Mit der Einführung von Korrekturplatten für sphärische Aberration steht nun ein weiteres Instrument zur Verfügung, mit dem sich Systeme zur gezielten Lenkung und Beeinflussung von Licht konstruieren lassen.

Dieser Beitrag illustriert typische Szenarien mit sphärischer Aberration und zeigt auf, wie sich diese beherrschen lässt. Wir diskutieren die Größenordnung der Aberration anhand von Gleichungen und allgemeinen Näherungen. Damit schaffen wir

ein grundlegendes Verständnis zur Behandlung sphärischer Aberrationen beim Optikdesign mit Standardkomponenten. Außerdem vergleichen wir den Einsatz von Asphären, sphärischen Linsen und Aberrations-Korrekturplatten anhand typischer Anwendungen.

## 1 Theorie der sphärischen Aberration

Um eine mathematisch perfekte Abbildung zu erhalten, wird ein Parabolspiegel oder eine Linse mit elliptisch gekrümmten Oberflächen (Lüneburg-Linse) benötigt [1]. Die meisten optischen Elemente haben aber aus Gründen der einfacheren Herstellung und Prüfung sphärische Oberflächen. Diese erzeugen aufgrund der



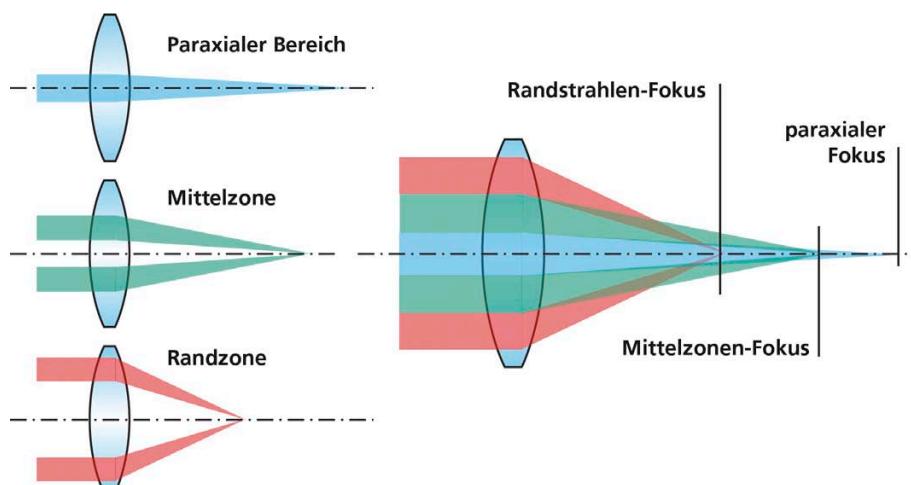
sphärischen Aberration Unschärfe oder Lichthöfe im Bild, die aus den unterschiedlichen Brennweiten verschiedener Pupillenzonen resultieren (**Bild 1**), so z.B. aus der paraxialen Zone nahe der optischen Achse oder aus dem Randbereich der Linse. Eine typische sphärische Linse erzeugt „unterkorrigierte“ sphärische Aberration, die dadurch definiert ist, dass der Randstrahlen-Fokus näher bei der Linse liegt, als der Brennpunkt paraxialer Strahlen. Für einen kollimierten Strahl und eine sphärische Linse beschreibt Gleichung 1 die Abweichung  $W$  von der idealen sphärischen Wellenfront [2].

$$W = W_{040} \cdot \rho^4 \quad (\text{Gl. 1})$$

Dabei sind  $W_{040}$  der Wellenfront-Aberrationskoeffizient für sphärische Aberration (in Einheiten von Wellenlängen) und  $\rho$  der normierte Pupillenradius. Für einen konvergenten oder divergenten Strahl wird der sphärische Term zu einem quadratischen Term (Fokus) addiert, und mit dem Wellenfront-Aberrationskoeffizienten für den Fokus  $W_{020}$  (in Einheiten von Wellenlängen) ergibt sich die Wellenfrontabweichung:

$$W = W_{020} \cdot \rho^2 \quad (\text{Gl. 2})$$

Strahlfehler in der Bildebene (Abweichungen von einer perfekt punktförmigen

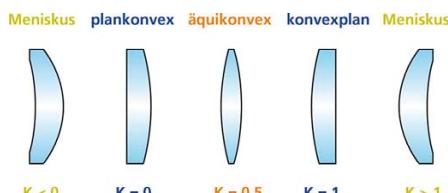


**Bild 1: Vereinfachte Skizze zur Erklärung sphärischer Aberration**

Abbildung) sind eine Ableitung der Wellenfrontabweichung  $W$  nach der Apertur  $\rho$ . Bei Betrachtung des paraxialen Fokus unter Vernachlässigung von Beugungseffekten ergibt sich der gesamte Fokussdurchmesser  $d$  einfach als Strahlfehler des Lichts, das vom Rand der Linse kommt:

$$d = 16 \cdot (F/\#) \cdot W_{040} \cdot \lambda \quad (\text{Gl. 3})$$

mit der Wellenlänge  $\lambda$  und der Linsen-Aperture ( $F/\#$ ) = Brennweite / Linsendurchmesser. Dies ist nicht der RMS-Fokussdurchmesser (root mean square), der allgemein zur Charakterisierung der Abbildungsleistung verwendet wird. Es gibt keine einfachen Gleichungen für den RMS-Fokussdurchmesser, und in der Regel übernehmen Ray-tracing-Programme die Berechnung dieses Wertes. Um  $d$  zu minimieren, muss der mittlere Fokus bestimmt werden, der sich in Bild 1 nahe dem Fokus der mittleren Pupillenzone befindet, also zwischen dem Randstrahlen-Fokus und dem paraxialen Fokus (achsnahe Strahlen).



**Bild 2: Einzellinsen mit negativer bis positiver Krümmung  $K$**

Eine Linse (**Bild 2**) hat zwei Krümmungsradien, nämlich den ihrer Vorderseite ( $R_1$ ) und den ihrer Rückseite ( $R_2$ ). Für jede gegebene Brennweite gibt es eine unendlich große Anzahl von Krümmungsradien-Kombinationen, die Einfluss auf die Aberration haben. Linsen können gekrümmt sein wie ein Meniskus oder eine bikonvexe oder plankonvexe Form haben. Der Formfaktor  $K$  ist definiert durch

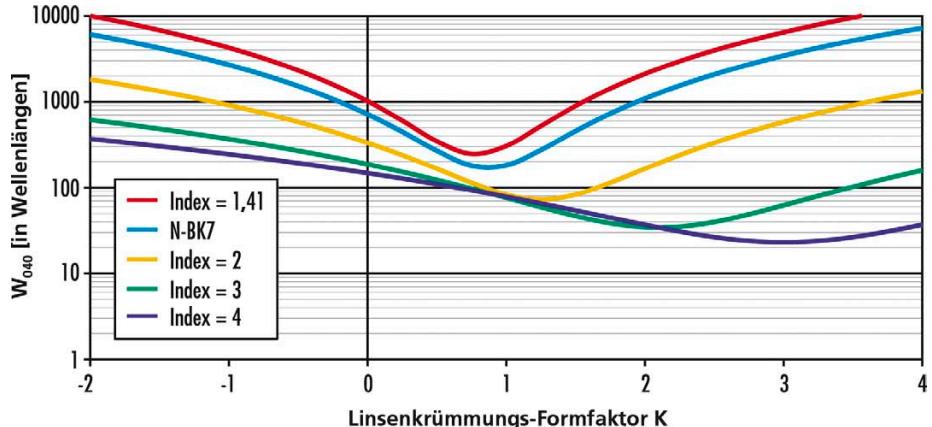
$$K = R_2 / (R_2 - R_1) \quad (\text{Gl. 4})$$

Mit dem Brechungsindex  $n$  und dem Linsendurchmesser  $D$  berechnet sich die sphärische Aberration einer Einzellinse mit einer unendlich Konjugierten (Gegenstandsweite unendlich) gemäß Gleichung 5 [4] nach

$$W_{040} = \frac{D}{128 \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{(F/\#)^3} \cdot \frac{1}{(n-1)^2} \cdot \left[ n^2 - K \cdot (2n+1) + K^2 \cdot \frac{n+2}{n} \right] \quad (\text{Gl. 5})$$

Die sphärische Aberration einer Linse mit endlich Konjugierten ist in [3] beschrieben.

Eine positive Linse ( $K>0$ ) erzeugt unkorrigierte sphärische Aberration, und  $W_{040}$  ist stets größer als Null. Um die sphärische Aberration und folglich die Abbildungsgröße zu minimieren, können verschiedene Parameter verändert werden. Zur Illustration zeigt **Bild 3** die Wechselbeziehung von sphärischer Aberration, Krümmung und Brechungsindex. Jede der Kurven besitzt ein Minimum, und je höher der Brechungsindex ist, desto geringer ist die unkorrigierte sphärische Aberration.



**Bild 3: Sphärische Aberration (logarithmisch) einer Einzellinse bei unendlich weit entferntem Objekt in Relation zu Linsenkrümmung und Brechungsindex bei 587 nm**

Es gibt für jeden Brechungsindex einen eindeutigen Formfaktor zur Minimierung der sphärischen Aberration. Wird die erste Ableitung von Gleichung 5 nach dem Formfaktor  $K$  gebildet und gleich Null gesetzt, lässt sich das Ergebnis nach dem optimalen Formfaktor auflösen (Gleichung 6). Die minimale sphärische Aberration ergibt sich nach Gleichung 7, indem der optimale Formfaktor wieder in Gleichung 5 eingesetzt wird:

$$K_{\text{Optimum}} = \frac{n}{2} \cdot \frac{(2n+1)}{(n+2)} \quad (\text{Gl. 6})$$

und

$$W_{040 \text{ minimal}} = \frac{D}{512 \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{(F/\#)^3} \cdot \frac{4n^2 - n}{(n-1)^2 \cdot (n+2)} \quad (\text{Gl. 7})$$

Lord Rayleigh's Kriterium besagt, dass eine Wellenfront eine Abweichung  $< \lambda/4$  haben muss, um eine nahezu beugungs-

begrenzte Abbildung zu erhalten. Bild 3 zeigt, dass eine Einzellinse mehrere Größenordnungen von sphärischer Aberration haben kann, und dass eine korrekte Krümmung alleine noch nicht für eine gute Abbildung sorgt. Zur weiteren Reduzierung der Aberration können mehrere sphärische Linsen eingesetzt werden. Dies erhöht die Kosten zwar nur moderat, kann die Abmessungen eines optischen Systems aber erheblich vergrößern. Eine Asphäre kann die sphärischen Aberrationen vollständig eliminieren, bei gleicher Baugröße wie eine sphärische Einzellinse. Eine solche Asphäre ist aber aufwendiger herzustellen und zu prüfen und ist daher meist teurer als mehrere sphärische Linsen.

Wir diskutieren hier die sphärische Aberration nur für Systeme, die ein Punktbild erzeugen. Als Objekt dienen z.B. achsnahe Punktlichtquellen im Unendlichen oder Lasersysteme. Typische Abbildungssysteme erfassen dagegen ein ganzes Sichtfeld, das durch die Feldblende definiert wird, gewöhnlich durch einen Detektor. Wird ein Sichtfeld abgebildet,

	Plankonvexe Linse	Asphäre	Korrekturplatte für -25 λ sphärische Aberration + plankonvexe Linse
Relative Kosten	1	8	8
Sphärische Aberration	$21,5 \lambda$	$0 \lambda$	$-3,5 \lambda$
Fokussdurchmesser (paraxial)	608 μm	1 μm	98 μm
Fokussdurchmesser (besten Fokus)	400 μm	1 μm	36 μm
Optisches Layout			

**Tabelle 1: Auswertung der sphärischen Aberration in einem einfachen Abbildungsbeispiel (F/3, 25 mm Durchmesser)**

# Optische Komponenten

gewinnen zusätzliche Aberrationen wie Koma und Astigmatismus an Bedeutung. Diese würden aber den Rahmen dieses Artikels sprengen.

## 2 Korrekturplatten für sphärische Aberration

In Systemen mit nur geringem oder gar keinem Sichtfeld sind Korrekturplatten für sphärische Aberration gut anwendbar. Sie werden für den Einsatz mit kollimierten Strahlen empfohlen. Sollen sie in einem Abbildungssystem mit Sichtfeld verwendet werden, werden sie am besten in unmittelbarer Nähe einer Aperturblende eingesetzt, also an der Stelle, die den Strahldurchmesser im System begrenzt, oder nahe einer Pupille, die einem Abbild der Aperturblende entspricht. Eine andere Positionierung solcher Korrekturplatten führt zu zusätzlichem Koma und Astigmatismus und sollte daher vermieden werden.

Korrekturplatten für sphärische Aberration haben eine Oberfläche, deren Abweichung von einer planen Ebene durch die reine Funktion  $\rho^4$  charakterisiert ist, wobei  $\rho$  der Apertur-Radius ist. Die sphärische Aberration ist vorzeichenabhängig, und die Platte kann daher konvex oder konkav sein. Eine konkave Platte erzeugt negative oder überkorrigierte sphärische Aberration, während eine konvexe Platte positive oder unterkorrigierte sphärische Aberration erzeugt.

## 3 Anwendungsbeispiele

### 3.1 Standard-Abbildungskomponenten

Wir kommen nun zu einer Gegenüberstellung von Korrekturplatten und sphärischen oder asphärischen Linsen. Da Korrekturplatten für sphärische Aberration keine Brechkraft besitzen und Licht nicht fokussieren können, müssen sie zusammen mit einer sphärischen Linse eingesetzt werden.

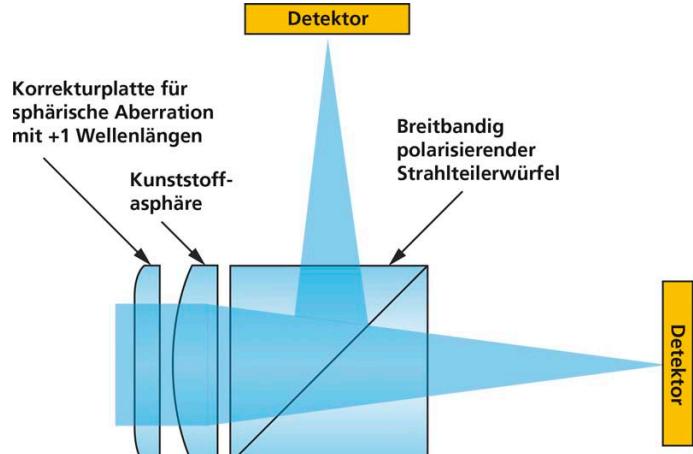
Die Diskussion soll auf reine Glaskomponenten beschränkt werden, da sich dann bei üblichen Fertigungsverfahren die Herstellungskosten und die optische Leistungsfähigkeit besser vergleichen lassen. Nehmen wir F/3-Elemente aus N-BK7-Glas von Schott. **Tabelle 1** nennt die relativen Kosten und sphärischen Aberrationswerte. Die höchste optische Leistung bietet eine Glas-Asphäre, während

eine sphärische Linse die kostengünstigste Lösung darstellt, allerdings bei sehr eingeschränkter Leistung. Dazwischen liegt eine sphärische Linse gepaart mit einer Korrekturplatte. Diese Kombination kostet gleich viel wie die Asphäre und bietet eine deutlich bessere Leistung als die sphärische Linse.

Obwohl dies natürlich nicht dafür spricht, eine Standard-Asphäre durch eine sphärische Linse mit Korrekturplatte zu ersetzen, zeigt dieser Fall doch, wie ein bestehendes System mit sphärischer Linse, das unter Aberration leidet, von der Ergänzung einer Korrekturplatte profitieren kann.

### 3.2 Ein Fenster in einem konvergenten Strahl

Wird ein Fenster in einer kollimierten Wellenfront eingesetzt, wird keine zusätzliche sphärische Aberration erzeugt, sodass dies immer die bevorzugte Option ist. Manchmal ist es aber erforderlich, ein Fenster nach einer fokussierenden Linse zu platzieren. Ein typisches Beispiel wäre



**Bild 4: Polarisirernder Strahlteiler und Korrekturplatte zur Kompensation überkorrigierter sphärischer Aberration, die durch einen Strahlteilerwürfel in einer konvergenten Wellenfront eingebracht wird**

ein Schutzfenster über einem Detektor oder Bandpassfilter. Der Einsatz einer planparallelen Platte in einem fokussierten oder konvergenten Strahl erzeugt überkorrigierte sphärische Aberration. Deren Betrag berechnet sich mit der Fensterdicke  $t$  wie folgt [2,4], unabhängig davon, wo das Fenster im konvergenten Strahl positioniert ist:

$$W_{040} = -\frac{t}{128 \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{(F/\#)^4} \cdot \frac{(n^2 - 1)}{n^3} \quad (\text{Gl. 8})$$

### 3.3 Strahlteiler

Wird nach einer fokussierenden Linse ein Strahlteilerwürfel eingefügt, muss entweder der zusätzliche Verlust an Abbildungsqualität toleriert oder in eine anwendungsspezifische Asphäre investiert werden, die die vom Strahlteiler verursachte sphärische Aberration kompensiert. Korrekturplatten für sphärische Aberration bieten hier eine neue Alternative.

Betrachten wir eine Kunststoffasphäre mit F/3,3, die grünes Licht auf einen Detektor fokussiert. Die Lichtintensität liefert z.B. eine Aussage über einen Herstellungsprozess. Der Fertigungsingenieur stellt fest, dass eine Überwachung der verschiedenen Polarisationszustände eine erhöhte Prozessgenauigkeit bieten würde. Die spezielle Kunststofflinse wurde bereits jahrelang in diesem Herstellungsprozess eingesetzt, und das Management ist schwer davon zu überzeugen, eine andere Linse einzusetzen.

Der Ingenieur setzt einen breitbandigen, polarisierenden 25mm-Strahlteilerwürfel hinter die Linse und ergänzt die Anordnung um einen zweiten Detektor. Leider vergrößern sich dadurch aber die beiden

	Kunststoffasphäre + Strahlteiler	Spezielle Asphäre + Strahlteiler	Kunststoffasphäre + Strahlteiler + Korrekturplatte für +1 λ sphärische Aberration
Sphärische Aberration	-1,07 λ	0 λ	-0,07 λ
Fokusdurchmesser (paraxial)	28 μm	0 μm	2 μm
Fokusdurchmesser (besten Fokus)	11 μm	0 μm	0,3 μm
Relative Kosten	1	9	1,5

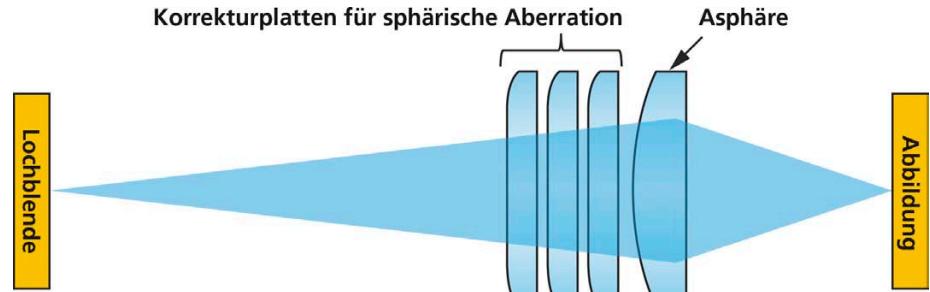
**Tabelle 2: Abbildungsleistung verschiedener Lösungen für einen Strahlteilerwürfel nach einer fokussierenden Linse**

Fokusdurchmesser, sodass sie über die Detektorflächen hinaus gehen. Der Strahlteiler hat überkorrigierte sphärische Aberration erzeugt. Nach Gleichung 7 errechnet der Ingenieur den genauen Wert überkorrigierter sphärischer Aberration zu -1,07 Wellenlängen. Er setzt eine Korrekturplatte für sphärische Aberration mit +1 Wellenlängen vor die Kunststoffaspähre (**Bild 4**). Die Auswertung in **Tabelle 2** zeigt, dass die Korrekturplatte in diesem Fall die beste Lösung im Kosten-Nutzen-Vergleich bietet.

### 3.4 Korrektur bei nicht standardmäßig Konjugierten

Die meisten Kataloglinsen sind für bestimmte Konjugierte ausgelegt. Bei gegebener Gegenstandsweite relativ zur Linse gibt es eine eindeutige Bildweite für paraxiale Strahlen. Diese beiden Abstände werden als zueinander konjugiert bezeichnet. Eine plankonvexe Linse ( $K=1$ ) ist für kollimiert einfallendes Licht optimiert, wobei das Punktobjekt im Unendlichen und das Bild eine Brennweite von der Linse entfernt liegt. Bikonvexe Linsen ( $K=0,5$ ) sind für eine 1:1-Abbildung ausgelegt: Die Entfernung vom Objekt zur Linse und von der Linse zum Bild entspricht der doppelten Brennweite. Jede andere Anordnung von Standardlinsen kann kein Minimum der sphärischen Aberration erreichen.

Als Beispiel bilden wir eine Lochblende um einen Faktor 20 verkleinert ab und verwenden dazu eine F/1,7-Einzellinse bei einem Abstand von der Lochblende zur Linse, der 20x größer ist als der Abstand von der Linse zum Bild. Raytracing mit einer plankonvexen Standardlinse zeigt, dass die sphärische Aberration +290 Wellenlängen betragen wird. Optimierung des Formfaktors per Software ergibt eine Aberration von +135 Wellenlängen bei idealer Krümmung von  $K=0,86$ . Dieser



**Bild 5: Korrekturplatten für sphärische Aberration (hier mit -5, -1 und -0,5 Wellenlängen, in Summe -6,5 Wellenlängen, vgl. Text und Tabelle 3) zur Abbildungskorrektur von nicht standardmäßig Konjugierten**

Formfaktor entspricht keiner Standardlinse, sondern müsste als Sonderanfertigung realisiert werden. Eine plankonvexe Standardsphäre hätte in dieser Anwendung +6,5 Wellenlängen sphärische Aberration. Ist dieser Wert zu hoch, müsste eine anwendungsspezifische Asphäre entworfen und hergestellt werden. Stattdessen kann aber auch eine Standardaspähre verwendet werden, die für unendlich Konjugierte optimiert ist; in Kombination mit einer Korrekturplatte für sphärische Aberration werden die Abweichungen korrigiert, die durch die Verschiebung der Konjugierten entstehen (**Bild 5**). Die Eigenschaften der verschiedenen optischen Konfigurationen sind in **Tabelle 3** zusammengefasst.

### 4 Fazit

Sphärische Aberration ist die zonale Variation der Fokusentfernung, und es kostet Geld und Mühe, diese in einem optischen System in den Griff zu bekommen. Minimiert wird sie meist durch eine angepasste Linsenkrümmung oder den Einsatz mehrerer sphärischer Komponenten, sofern sie nicht durch Asphären eliminiert wird, deren Einsatz mit Mehrkosten verbunden

ist. Wenn sich inakzeptable sphärische Aberration in einem optischen System nicht durch verfügbare Standardkomponenten ausschalten lässt, ist entweder ein teures anwendungsspezifisches Design erforderlich oder der Einsatz einer Korrekturplatte für sphärische Aberration. Damit verfügen Designer optischer Systeme nun über ein zusätzliches Instrument für die Aberrationscompensation mit Standardkomponenten.

Übersetzung: J. Kuppe

### Literaturhinweise:

- [1] R.K. Lüneburg, *Mathematical Theory of Optics*, Cambridge University Press, 1964
- [2] J.E. Greivenkamp, *Field Guide to Geometric Optics*, SPIE Press, 2004
- [3] W.T. Welford, *Aberrations of the Symmetrical Optical System*, Academic Press, 1974
- [4] W.J. Smith, *Modern Optical Engineering*, 3<sup>rd</sup> edition, McGraw Hill, 2000

### Ansprechpartner:

Scott Sparrold  
Senior Optical Engineer  
Edmund Optics Inc.  
601 Montgomery Avenue  
Pennsburg, PA 18073  
USA  
Tel. +1 (856) 547 3488  
Fax +1 (856) 573 6295  
eMail: [ssparrold@edmundoptics.com](mailto:ssparrold@edmundoptics.com)  
Internet: [www.edmundoptics.com](http://www.edmundoptics.com)



Anna Lansing  
Vertriebs- und Anwendungsingenieurin  
Edmund Optics GmbH  
Zur Gießerei 19-27  
D-76227 Karlsruhe  
Tel. 0721/62737-30  
Fax 0721/62737-33  
eMail: [alansing@edmundoptics.de](mailto:alansing@edmundoptics.de)  
Internet: [www.edmundoptics.de](http://www.edmundoptics.de)



	Standard plankonvexe Linse	Sphärische Linse mit angepasstem Formfaktor	Standard Asphäre	Spezielle Asphäre	Asphäre + Korrekturplatte für -6,5 λ sphärische Aberration
Relative Kosten	1	12	8	120	30
Sphärische Aberration	290 λ	135 λ	6,57 λ	0 λ	0,07 λ
Fokusdurchmesser (paraxial)	4250 μm	1900 μm	110 μm	0 μm	1,1 μm
Fokusdurchmesser (bestter Fokus)	2200 μm	1400 μm	53 μm	<1 μm	<1 μm

**Tabelle 3: Sphärische Aberration bei nicht standardmäßig Konjugierten (F/1,67, 25 mm Durchmesser)**